UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April 1992

FMT 101 Matematik

Masa: (2 jam)

Kertas ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (A) Nyatakan sama ada sistem persamaan berikut adalah konsisten atau tidak. Jika konsisten dapatkan penyelesaiannya.

$$\begin{aligned} 6x_1 - 6x_2 - 8x_3 &= 2x_2 - 2x_1 \\ 9x_1 - 10x_2 &= 5x_2 + 18x_3 \\ 11x_2 + 13x_3 &= 5x_1 - x_3 \end{aligned}$$

(10 markah)

(B) Carikan semua nilai 'm' supaya sistem persamaan berikut <u>TIDAK</u> mempunyai penyelesaian.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &= 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 &= m \end{aligned}$$

(10 markah)

2. Gunakan Petua Cramer untuk menyelesaikan soalan berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Mengapakah Petua Cramer boleh digunakan?
Carikan nilai untuk v dan x.

(20 markah)

3. (A) Selesaikan

(i) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x \ln x}{\ln (xe^x)}$

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty} \left| \ln\left(\dfrac{2n^2 + 1}{3n + 2n^2}\right) \right|$

(8 markah)

(B) Untuk menganggarkan bilangan penduduk sesebuah negara, fungsi eksponen Gompertz digunakan untuk mengetahui bilangan tersebut. Fungsi Gompertz diberikan oleh persamaan berikut:

$$f(t) = Ae^{-Be^{-Ct}}$$

A, B dan C ialah angkatap bernilai positif

(i) Lakarkan fungsi eksponen Gompertz.

(ii) Sekiranya bilangan penduduk bagi sesebuah negara diwakili oleh fungsi berikut:

$$P(t) = 20(0.2)^{0.9877^t}$$

Buktikan

$$\frac{dP}{dt} = (\ln 0.9877)(P \ln \frac{P}{20})$$

(12 markah)

4. (A) Selesaikan terbitan untuk fungsi berikut

(i) $f(x) = \dfrac{xe^x}{\sqrt{3x^2 + 1}}$

(ii) $h(x) = 4\sqrt{x}\,(5x - 1)^4$

(8 markah)

(B) Andaikan f(x) ialah suatu fungsi dengan terbitan $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$. Dapatkan terbitan bagi

$\dfrac{f(x)}{1 + x^2}$

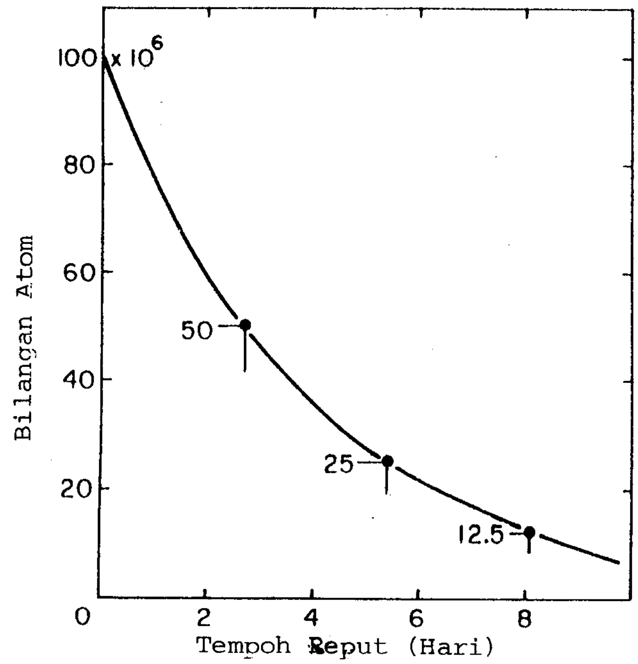
(4 markah)

(C) Suatu fungsi polinomial diberikan sebagai $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$. Tentukan nilai a, b dan c jika salah satu titik genting fungsi ialah -3/2, titik lengkok balasnya ialah -3/4 dan f(2) = 92. Nyatakan nilai ekstremum koordinat x = -3/2.

(8 markah)

...5/-

5.



(A) Graf di atas menunjukkan reputan eksponensial suatu sumber radioaktif mengandungi 10^8 atom ^{198}Au yang berseparuh hayat 2.7 hari. Anggarkan luas kawasan di bawah keluk untuk lapan hari pertama.

(4 markah)

(B) Andaikan penggunaan tablet bagi sebuah negara 5 juta sebulan, dan penggunaan t tahun dari sekarang diberi sebagai

$$P(t) = 5e^{0.23t}$$

tentukan penggunaan purata tablet di negara tersebut di dalam masa 30 bulan akan datang.

(3 markah)

(C) Suatu kultur bakteria yang asalnya mempunyai 10^3 sel berkembang dengan tempuh penggandaan 20 jam. Jika sel bakteria tumbuh secara eksponensial, hitungkan bilangan bakteria yang wujud selepas tiga hari.

(3 markah)

(D) (i) Carikan $\frac{dz}{dx}$ dan $\frac{dz}{dy}$, jika $z = xe^{xy^2}$

(ii) Buktikan; $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

(4 markah)

(E) Sejenis parasit membesar dan kemudian dimusnahkan dengan menggunakan sejenis drug baru. Kadar perubahan bilangan parasit berbanding masa t (dalam minggu) diberi oleh:

$$\frac{d}{dt}[N(t)] = 6000\ t^2 - 75\ t^4$$

Berapakah
bilangan parasit yang tinggal selepas masa t jika bilangan asal parasit 3000?

(3 markah)

(F) Anggarkan $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$ melalui Hukum Simpson dengan n = 4.

(3 markah)

6. (A) Sebuah tiub silinder mengandungi bendalir A. Apabila bendalir B dimasukkan melalui suatu hujung tiub tersebut, kedua-dua bendalir A dan B akan bercampur perlahan-lahan. Jika x melambangkan satu jarak dari hujung tiub, maka kepekatan C (x, t) bendalir campuran A dan B di kedudukan x pada masa t ditulis sebagai

$$C\ (x,\ t) = t^{-\frac{1}{2}}\ e^{-x^2 \pi t}$$

(i) Carikan pembezaan separa $\frac{dC}{dt}$ dan $\frac{d^2C}{dx^2}$

(ii) Tunjukkan bahawa model C (x, t) menuruti Hukum Pembauran Fick yang diberikan sebagai

$$\frac{dC}{dt} = k^2 \frac{d^2C}{dx^2}$$

dengan pemalar $k^2 = \frac{1}{4\pi}$

(6 markah)

(B) Amaun DDT yang terkumpul di dalam tubuh seekor haiwan maging merupakan satu fungsi paras DDT (m) di dalam mangsanya dan paras DDT (t) di dalam tumbuhan yang dimakan oleh simangsa dan menurut formula

$$D\ (m,\ t) = m^2 + 0.5\ t + 0.5\ mt$$

Carikan (i) D (10, 20) (iii) D_m (10, 20)
(ii) D (5, 4) (iv) D_t (5,4)

(4 markah)

(C) Penyakit arteriosklerosis menyebabkan dinding arteri semakin menebal. Andaikan suatu arteri yang asalnya berjejari dalaman 1 cm; dan nilai ini menurun dengan kadar $\frac{dr}{dt} = -0.02e^{-0.002t}$ (dalam cm per tahun);

Carikan (a) suatu model untuk r (t)
(b) garispusat arteri selepas 5 tahun

Tunjukkan bahawa keluasan ruang dalam arteri selepas 5 tahun adalah 81% keluasan asal.

(5 markah)

(D) Isipadu V suatu silinder bulat dan tegak yang berjejari r serta berketinggian h diberi sebagai $V = \pi r^2 h$. Isipadu menambah dengan kadar 72 π m^3/jam manakala ketinggian menurun dengan kadar 4 m^3/jam. Kira kadar kenaikan jejari ketika ketinggian 3 m dan jejari 6 m.

(3 markah)

(E) Jika $w = f(x, y, z) = xy/(y^2 + z^4)$, cari f_{yzxx}

(2 markah)

-ooOoo-